

Стручни рад

**Зоран Ч. Видовић<sup>1</sup>, Марија М. Воркапић**  
Универзитет у Београду, Учитељски факултет,  
Београд, Република Србија

## Основни показатељи нормалности расподеле

**Резиме:** Статистика игра важну улогу при описивању резултата у различитим ис-  
иживањима. Основна улога статистичкој закључивања је да омогући да се на основу  
одређених квантитативних карактеристика узорка изводе уопштења која важе за чи-  
таву популацију. У ту сврху користе се различите статистичке процедуре, међу којима  
су врло честе оне којима је нулта хипотеза нормалности расподеле. Овај рад иружа увид у  
статистичке технике које се најчешће користе у исживањима педагошкој карактера,  
а које исживачу служе као указани при потврђивању или одбацивању нулте хипотезе  
о нормалности расподеле обележја популације на основу једног случајног узорка. Реч је о  
општој дескриптивним методама које омогућавају исживачу да статистич-  
ки потврди нормалност обележја читаве популације. Први део рада описује најчешће ко-  
ришћене визуелне методе: хистограм, QQ график и дијаграм расподелности, указујући на  
њихове предности, недостатке, али и међусобни однос и дојунску улогу при закључивању.  
Осим тога, описани су и статистички тестови: хи-квадрат, Шапиро–Вилков и Андер-  
сон–Дарлинг тест, чија примена доприноси откривању суштине која није могућа само  
применом визуелних метода. Коректност статистичкој закључивања увек је условљена  
адекватном применом изабраних метода и техника. Циљ овог рада је приказ примене ста-  
стичких метода при потврђивању нормалности расподеле обележја емпиријских ис-  
живања педагошкој карактера.

**Кључне речи:** статистика, анализа, нормална расподела, визуелне методе, тестови  
нормалности.

<sup>1</sup> zoran.vidovic@uf.bg.ac.rs

Copyright © 2020 by the authors, licensee Teacher Education Faculty University of Belgrade, SERBIA.

This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (CC BY 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original paper is accurately cited.

## Увод

Примена статистике се огледа у извођењу уопштења за читаву популацију на основу појединачних квантитативних карактеристика узорка. Притом се полази од непосредног описивања узорка да би се дошло до откривања практичних и теоријски поузданих законитости које важе за читаву популацију. Тако се врши статистичко закључивање на основу података. Статистика је алат који пружа истраживачу објашњења у реалним ситуацијама при раду са различитим узорцима.

Статистичке методе су садржане у великом броју софтверских пакета као што су R, STATA, SPSS. Оне омогућавају и олакшавају примену статистике у различитим ситуацијама. Постоје и софтверски пакети који немају примарну улогу у статистичком истраживању, али садрже уграђене многобројне статистичке програме као што су Excel, MatLab. У овом раду статистичка обрада је извршена у статистичком софтверу R.

У наставку су дати неки статистички тестови чија је нулта претпоставка/хипотеза да се узорак сматра коректним делом популације са нормалном расподелом. При томе, сматрамо да је узорак адекватно одабран и да адекватно одражава читаву популацију за коју треба донети одређене закључке.

Нормална расподела или дистрибуција се обележава са  $N(\mu, \sigma^2)$ , а њена функција расподеле  $\Phi$  је облика:

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in \mathbf{R}.$$

Параметар  $\mu \in \mathbf{R}$  се сматра параметром локације, док параметар  $\sigma > 0$  представља параметар облика, а по својој дефиницији – стандардно одступање. Уколико важи да је  $\mu=0$  и  $\sigma=1$ , нормална расподела носи назив стандардна нормална расподела. Подинтегрална функција се зове још и функција густине расподеле или нормална крива.

Нормална расподела и нормална крива представљају познате математичке моделе на којима се заснивају многи статистички поступци. Познато је њихово својство симетричности, као и то да се тачкаста вредност аритметичке средине, моде и медијане поклапају, док се крајеви или репови расподеле приближавају апсциси као хоризонталној асимптоти. Осим тога, треба имати у виду да се емпиријска расподела коначног узорка никада не може поклопити са нормалном расподелом, већ јој може бити блиска мање или више. Познато је, такође, да модел нормалне расподеле адекватно апроксимира неке дискретне расподеле, па се стога може применити при проучавању различитих узорака који потичу из истраживања личности, понашања, интелигенције и тако даље (Mitić, 1973). У наведеним и разним другим ситуацијама се појаве које су дискретне по својој природи (тј. имају коначно или пребројиво много вредности) апроксимирају нормалном расподелом (чије су вредности из  $\mathbf{R}$ , тј. која има непребројиво много вредности). Нормална расподела има још много особина и веза са другим расподелама, било преко неких трансформација, било као гранични случај (видети у: Jevremović, 2014).

Дескриптивне визуелне методе статистике се сматрају једноставним обликом статистичког закључивања, док се статистички тестови сматрају напреднијим обликом. Разни графици су обавезан део статистичког истраживања. Они морају бити правилно конструисани да не би дали погрешну или искривљену слику о подацима. Визуелне процедуре омогућавају истраживачу да доноси закључке о, на пример, нормалности расподеле, иако се они не могу сматрати довољно релевантним. Са друге стране, статистички тестови представљају поузданију основу при статистичком закључивању. Они се сматрају објективним, прецизнијим и сажетијим, али се не смеју користити ако нису испуњене претпоставке за њихову примену. Комбинација графичких метода и тестова је адекватна у пракси. Ин-

тересантно је да мали узорци чешће пролазе тестове нормалности, док би се код великих узорака чак и услед малих одступања од нормалности извршило одбацивање нулте хипотезе (Ghasemi, Zahediasl, 2012; Oztuna et al., 2006). Статистичко потврђивање хипотезе нормалности емпиријске расподеле узорка се остварује на више начина. У наставку ћемо навести често коришћене дескриптивне визуелне методе и неке статистичке тестове који пружају смернице ка потврди или одбацивању хипотезе нормалности узорка.

### Визуелне методе

У првој етапи статистичког истраживања добијене податке представљамо у виду табела и/или графика. Дескриптивна визуелизација бројевних вредности узорка даје индикације које се могу потенцијално генерализовати као својство читаве популације. Хистограм и QQ график су познате дескриптивне визуелне методе које су интересантне при сагледавању нормалности расподеле. Осим визуелних, постоје и дескриптивне методе нумеричког типа применљиве на нормалну расподелу као што су узорачки коефицијенти асиметрије и спљоштености (видети у: Јевремовић, 2014).

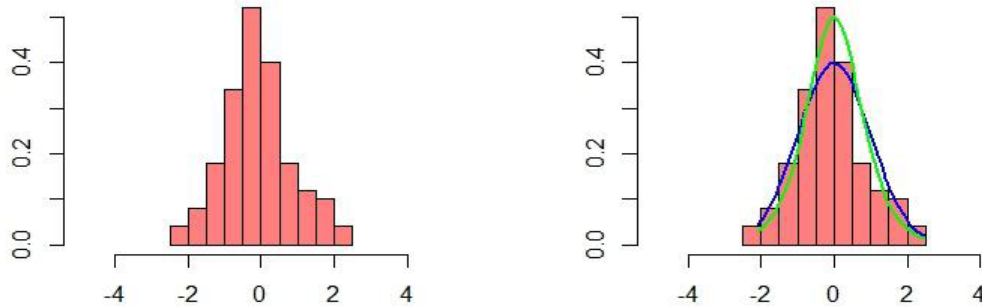
*Хистограм.* Хистограм представља графички метод који може адекватно да прикаже законитости расподеле тако што нумеричке вредности узорка подели на интервале и посматра број елемената узорка који им припадају. Разумевање хистограма је непосредно и не захтева обимно познавање статистике.

Облик хистограма зависи од више фактора. Неки од најбитнијих су обим узорка и број коришћених интервала. Ове факторе углавном генеришу софтвери који се користе, али није неуобичајено да их истраживачи унапред одреде. Тиме се неретко јављају грешке које могу да занемаре неке законитости узорка. Из ових разлога многи одређују оцену густине расподеле об-

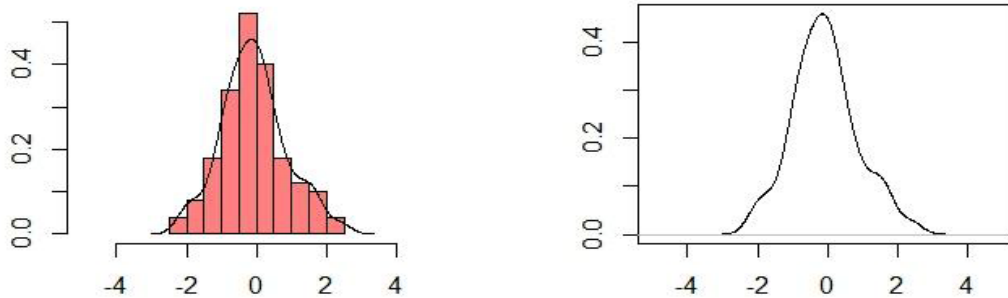
ележја на основу узорка. Оваква оцена густине расподеле обележја се може видети као непрекидна верзија хистограма (Simonoff, 1996). Уколико оваква оцена густине расподеле обележја поседује облик звона, може се сматрати да емпиријска расподела узорка има особине карактеристичне за нормалну расподелу.

Дескриптивна статистика нам не даје могућност да продремо до унутрашње законитости у узорку, али нам описивање пружа поглед у унутрашњост, где се скрива њена суштина. Кориштећи друге податке и поступке статистичког закључивања, откривамо расподелу обележја на узорку, а тиме и на популацији. Ово наглашавамо јер дескриптивна визуелизација не може да представља директну потврду полазне претпоставке да узорак потиче из популације с обележјем која има нормалну расподелу, већ благи наговештај ка том циљу. Коришћењем разноврсних графика се стиче интуиција у раду са подацима и указује на правац ка додатним статистичким процедурама које могу да потврде или оповргну претпоставку о нормалности.

Као илустративни пример, у софтверу R генерисан је узорак величине 100 из стандардне нормалне расподеле. Хистограм на Слици 1 је настао над тим подацима. Посматрајући га, може се уочити облик који има значајно подударње са моделом нормалне криве (плава). Могуће је да и друге расподеле буду блиске нормалној расподели, па смо у том смислу на графику представили и криву логистичке расподеле (зелена) са параметром локације нула и параметром скалирања  $\frac{1}{2}$  и видели да и он може адекватно да моделира податке из узорка. Разлог за то је што крива логистичке расподеле има неке сличне особине као и крива нормалне расподеле и због тога се неком објективном методом (тестом) мора утврдити која расподела боље одговара као модел за дате податке (видети у: Balakrishnan, 1991). Непрекидна верзија хистограма је приказана на Слици 2.



Слика 1. Хисйоїрам над узорком и майїемайички модели нормалне (йлава) и лоїсїйичке (зелена) расйоделе.



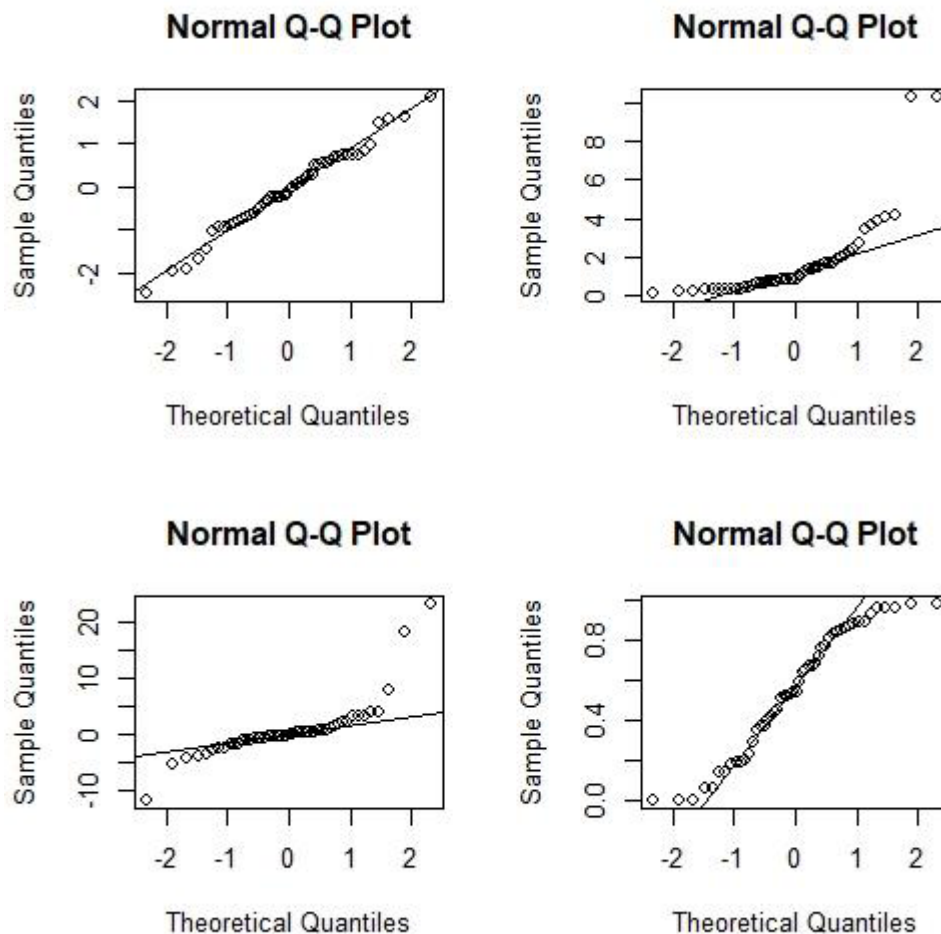
Слика 2. Хисйоїрам и нейрекидна верзија хисйоїрама.

*QQ график.* Као што је већ речено, на облик хистограма утичу различити фактори. Графичка метода која може да послужи као допуна или алтернатива хистограму је QQ график. То је график који пореди сортиран узорак са теоријским узорком из неке (не обавезно нормалне) расподеле. Уколико те расподеле одговарају једна другој, тачке на QQ графику ће практично бити на једној правој линији. Уколико је од-

ступање мало, интуитивно се може сматрати да емпиријска расподела узорка прати изабрану, на пример, нормалну расподелу. Услед своје једноставности, овај метод се сматра пожељним алатом при статистичком испитивању нормалности. Као примери, на Слици 3 представљени су QQ графици узорака генерисаних из нормалне расподеле (горњи леви график), логнормалне расподеле (горњи десни график), Кошијеве рас-

поделе (доњи леви график) и униформне расподеле (доњи десни график) (Farraway, 2014). У сва четири случаја теоријски квантили су узети из

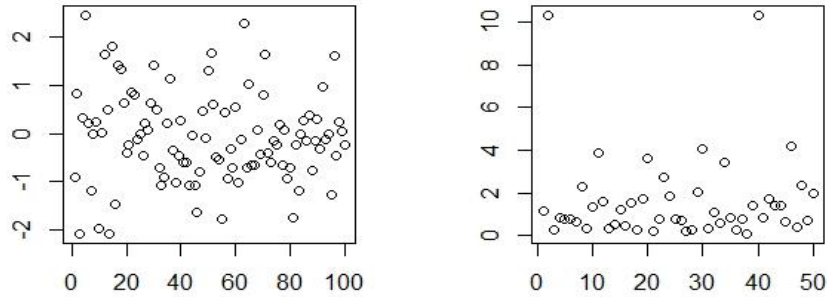
$N(0,1)$  расподеле. Различити видови одступања говоре истраживачу о могућем типу расподеле на узорку/популацији.



Слика 3. QQ график над узорком из нормале, лoнормалне, Кошијеве и униформне расподеле.

Дијаграм распршености (enī. scatter plot). Ако су у узорку редом добијени подаци  $x_1, \dots, x_n$ , где је  $n$  обим узорка, онда се график који чине тачке  $(i, x_i)$  назива дијаграм распршености. Равномерна распршеност опсервација, односно равномерна распршеност уређених парова  $(i, x_i)$  у равни, за  $i = 1, 2, \dots, n$ , у односу на праву  $y=\mu$  је

индиција о могућој симетричној расподели (симетричној око  $\mu$ ). У супротном, нема основа за хипотезу нормалности узорка. На Слици 4 лево је приказан узорак из нормалне  $N(0,1)$  расподеле, док је на слици десно узорак из лoгнормалне расподеле са истим параметрима.



Слика 4. Расиршеност и ируйисање узорка.

### Тестови нормалности

Нумеричке индиције које могу да статистички оповргну или потврде претпостављене нулте хипотезе садржане су у резултатима статистичких тестова. Уопштено, сваки статистички тест као резултат даје вредност одговарајуће тест статистике и  $p$ -вредност теста. Приликом примене статистичких тестова неопходно је добро познавање услова применљивости теста, његове форме и сврхе. Неретко се тестови користе на неоснованим претпоставкама, што значи да ни добијени „закључци“ не могу бити поуздани. Осим тога, често се  $p$ -вредности теста погрешно интерпретирају или погрешно представљају (Vidović, Minić, 2015). У наставку ћемо укратко приказати неке статистичке тестове који за нулту хипотезу користе претпоставку да узорак потиче из популације с обележјем које прати нормалну расподелу. Тестови нормалности су веома осетљиви на величину узорка. При малим узорцима, инспекција података претходно предложеним визуелним методама је од велике важности.

$\chi^2$  тест нормалности. Пирсонов хи-квадрат тест (видети у: Јевремовић, 2014) са тест статистиком

$$\chi^2_T = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

примењујемо када имамо  $n$  опсервација у узорку подељених у  $k$  међусобно дисјунктних класа, где је  $n_i$  број опсервација које припадају  $i$ -тој класи и где је  $p_i$  одговарајућа теоријска вероватноћа да опсервација припада  $i$ -тој класи у односу на нулту хипотезу нормалности. Чињеница да у случају непознатих параметара претпостављене нормалне расподеле, тест статистика има асимптотску  $\chi^2$  расподелу са  $k-3$  степени слободe – јесте основа за назив овог теста. Јевремовић (Јевремовић, 2014) наводи илустративне примере примене овог теста. У софтверу R Пирсонов хи-квадрат тест над узорком се генерише командом `pearson.test()`.

Шapiro–Вилков тест. Шапиро–Вилков тест (Shapiro, Wilk, 1965) користи тест статистику, где су  $x_{(i)}$ -те

$$W = \frac{\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$



уређене статистике (тзв. статистике поретка) узорка,  $\mathbf{x}$  је узорачка средина, док су константе  $a_i$  одређене формулом

$$(\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n) = \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{V}^{-1}}{(\mathbf{m}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{V}^{-1} \mathbf{m})^{1/2}},$$

где је  $\mathbf{m}=(m_1, \dots, m_n)^T$  и  $m_i$  очекивана вредност  $i$ -те уређене статистике из узорка који потиче из стандардне нормалне расподеле, и  $\mathbf{V}$  је коваријациона матрица уређених статистика. Утврђено је да је асимптотска расподела модификације статистике  $W$  нормална расподела, што уједно представља и основу овог теста. Сматра се да је овај тест применљив и у случају релативно малих узорача. У статистичком софтверу R Шапиро-Вилков тест се остварује командом *shapiro.test()*.

*Андерсон-Дарлинг*ов *тест*. Андерсон-Дарлинг тест нормалности (Anderson, Darling, 1954) користи тест статистику, при чему се сматра да је  $p_{(i)} = \Phi((x_i - \hat{\mu})/\hat{\sigma})$ . Оцењени параметри локације  $\hat{\mu}$  и

$$A^2 = -n - n^{-1} \sum_{i=1}^n [2i - 1][p_{(i)} + \log \log(1 - p_{(n-i+1)})]$$

стандардног одступања  $\hat{\sigma}$  нормалне расподеле представљају узорачке оцене ових параметра на основу датог узорка. Утврђено је да блага модификација емпиријске расподеле тест статистике  $A^2$  конвергира ка нормалној расподели. Нормална расподела поседује уске репове, што је уједно основа овог теста. Командом *ad.test()* у софтверу R се примењује дати тест на узорку.

### Примена статистичких тестова у педагошким истраживањима

Статистичка анализа неизоставна је када је потребно доћи до закључака на основу емпиријских података. Статистички показатељи у пе-

дагошким истраживањима не смеју представљати циљ, већ само једно од средстава за проучавање и боље разумевање педагошких појава (Коџух, Максимовић, 2011). У педагошким истраживањима срећу се појаве које, иако дискретног типа, имају извесне сличности са нормалном расподелом (унимодалност, симетричност итд.), па се зато нормална расподела може сматрати адекватним моделом таквих појава. Познато је да резултати тестова интелигенције прате нормалну расподелу. Осим тога, у школама се често примењују тестови знања чији резултати такође прате нормалну расподелу. Из тих разлога, приказали смо неке од дескриптивних и нумеричких метода које служе за потврђивање хипотезе о нормалности расподеле обележја одакле подаци потичу. Неопходно је и истаћи тезу о коректности теста знања на основу нормалности расподеле резултата. Потврда о нормалности резултата тестова знања пружа доказе о њиховој ваљаној конструкцији. Тиме желимо да истакнемо велики значај нормалне расподеле, а самим тим и статистичких тестова са нултом хипотезом нормалности у педагошким истраживањима.

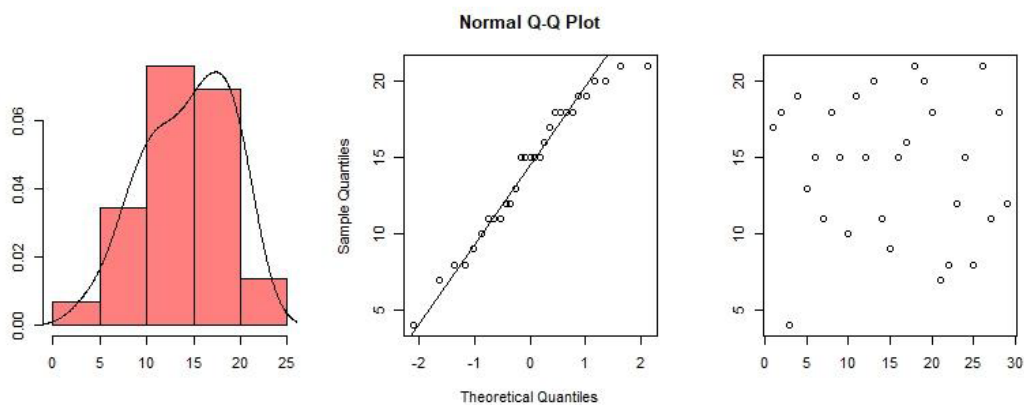
Предмет овог рада је примена статистичких метода у истраживањима педагошког карактера. За потребе истраживања као илустративни пример користили смо податке постојећег истраживања који се односе на испитивање нивоа знања ученика у почетној настави геометрије (видети у: Praskić, Praskić, 2019).

Истраживање је спроведено на узорку који чини тридесет ученика четвртог разреда ОШ „Алија Наметак“ из Зенице. Испитаницима је понуђен тест са пет задатака, које су решавали индивидуално. Бодовањем појединачних задатака добија се збирни резултат за сваког ученика посебно, а који је највише могао бити двадесет пет. Подаци су представљени у Табели 1.

Табела 1. Резултати шеста из геометрије.

Редни бр.	Број поена	Редни бр.	Број поена	Редни бр.	Број поена
1.	15	11.	16	21.	7
2.	19	12.	20	22.	6
3.	6	13.	18	23.	14
4.	22	14.	17	24.	12
5.	6	15.	9	25.	19
6.	23	16.	14	26.	15
7.	18	17.	14	27.	14
8.	20	18.	17	28.	16
9.	22	19.	13	29.	17
10.	16	20.	23	30.	13

На Слици 5 приказане су визуелне методе примењене над наведеним узорком.



Слика 5. Хистограм, QQ график и дијаграм распршености узорка.

Уколико посматрамо хистограм и криву коју образују подаци, уочићемо да расподела података има сличности са поменутиим обликом звона, који указује на нормалну расподелу.

Подаци приказани на QQ графику распоређени су дуж праве, без значајних одступања од ње, те потврђују претходно тумачење хистограма. На крају, осврнућемо се на график распршености,



где се јасно види равномерна распршеност узорка без тенденције груписања.

Хистограм, QQ график и дијаграм распршености нас интуитивно наводе на закључак да можемо да сматрамо да узорак потиче из расподеле која се може добро апроксимирати нормалном расподелом.

Табела 2. Вредности  $\chi^2$  и  $p$ -вредности над подацима.

	Вредност тест статистике	$p$ -вредност
Пирсонов хи-квадрат тест	6.0345	.3029
Шапиро–Вилков тест	0.95403	.2325
Андерсон–Дарлингов тест	0.45287	.2529

Над генерисаним подацима примењена су сва три наведена теста нормалности: Пирсонов хи-квадрат тест, Шапиро–Вилков тест и Андерсон–Дарлингов тест. Приказани подаци у Табели 2 за сва три теста показују  $p$ -вредност већу од одабраног прага значајности 0.05, што нам даје основу да можемо статистички да потврдимо нулту хипотезу нормалности узорка.

На основу наведених информација може се закључити да ниво знања ученика из геометрије не одступа од нормалне расподеле, што се сматра коректним у пракси. Напоменимо да је ниво знања високо корелисан са интелигенцијом, која представља обележје са нормалном расподелом, што и доводи до „нормалне“ расподеле резултата на тестовима / писаним задацима.

### Закључак

Адекватно тумачење и интерпретација резултата статистичких тестова неопходан су предуслов за доношење валидног закључка у оквиру истраживања. Многе статистичке методе које се користе претпостављају да се узорак сматра коректним делом популације са нормалном распо-

делом. Основни корак при оваквој анализи јесте потврда или оповргавање хипотезе нормалности, што је могуће урадити визуелним и нумеричким методама. Овај рад не представља приказ свих метода и техника које могу да послуже при потврди нормалности, али може да има значајну улогу на овом путу. Циљ рада је да се укаже на одређене предности и недостатке ових метода, али и на неопходну симбиозу статистичког закључивања и критичког размишљања.

Визуелне методе представљају непосредни облик статистичког закључивања, будући да не захтевају обимно знање из статистике. Уколико подаци визуелно задовољавају услове нормалности расподеле, наредни корак никако не би смео бити доношење закључка, већ даље откривање законитости на узорку. Са друге стране, статистички тестови превазилазе недостатке визуелних метода (посебно фактор субјективности при интерпретацији графика), али и носе одређене опасности уколико се њихови резултати погрешно тумаче. Осим тога, као што је већ наведено, неопходно је посебну пажњу посветити и обиму доступног узорка, услед велике осетљивости неких тестова при малом обиму узорка.

Као крајњи закључак истиче се неопходна кореспонденција између визуелних и нумеричких метода при потврђивању или одбацавању статистичких хипотеза. Нарочито је значајно истаћи заједничку примену ових метода у истраживањима педагошког карактера, где се неретко срећу појаве у којима нормална расподела представља њихов адекватан модел. Заснивање закључака искључиво на визуелним или искључиво на нумеричким методама може да доведе до погрешних резултата. Уколико се закључи да узорак потиче из популације с обележјем које прати нормалну расподелу, остварена је почетна претпоставка за примену статистичких мето-

да које су од интереса за истраживача. Примери таквих метода су т-тест, ANOVA и тако даље (видети у: Jevremović, 2014).

## Литература

- Anderson, T. W. & Darling, D. A. (1954). A Test of Goodness-of-Fit. *Journal of the American Statistical Association*, 49, 765–769. DOI:10.2307/2281537
- Balakrishnan, N. (1991). *Handbook of the logistic distribution*. Boca Raton: CRC Press.
- Faraway, J. J. (2014). *Linear models with R*. Boca Raton: CRC Press.
- Ghasemi, A. & Zahediasl, S. (2012). Normality Tests for Statistical Analysis: A Guide for Non-Statisticians. *International Journal of Endocrinology Methabolism*, 10, 486–489. DOI: 10.5812/ijem.3505
- Jevremović, V. (2014). *Verovatnoća i statistika*. Beograd: Matematički fakultet.
- Kožuh, B., Maksimović, J. (2011). *Deskriptivna statistika u pedagoškim istraživanjima*. Niš: Univerzitet u Nišu, Filozofski fakultet.
- Mitić, V. (1973). *Osnovni pojmovi iz statistike i statističke tehnike*. Beograd: Zavod za osnovno obrazovanje i obrazovanje nastavnika Republike Srbije.
- Oztuna, D., Elhan A. H. & Tuccar, E. (2006). Investigation of Four Different Normality Tests in Terms of Type 1 Error Rate and Power under Different Distributions. *Turk J Med Sci*, 36 (3), 171–176.
- Praskić, A., Praskić, S. (2019). Komparacija zadataka iz aritmetike i geometrije u vaspitnoobrazovnom procesu početne nastave geometrije. *Vaspitanje i obrazovanje*, 44 (4), 111–128.
- Simonoff, J. S. (1996). *Smoothing methods in statistics*. New York: Springer.
- Shapiro, S. S. & Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 52 (3–4), 591–611. DOI:10.1093/biomet/52.3-4.591
- Ukponmwan, H. N & Ajibade, F. B. (2017). Evaluation of Techniques for Univariate Normality Test Using Monte Carlo Simulation. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 6 (5-1), 51–61. DOI: 10.11648/j.ajtas.s.2017060501.18
- Vidović, Z., Minić, M. (2015). Najčešće greške pri statističkoj analizi u istraživanjima. U: Knežević, M. (ur.) *Matematika i primene (77–83)*. Simpozijum *Matematika i primene*, 16. i 17. 10. 2015. Beograd: Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet.

### **Summary**

*Statistics plays an important role in describing the results of various research. The basic role of statistical reasoning is to enable generalizations valid for the entire population to be made on the basis of certain quantitative characteristics of the sample. Various statistical procedures are used for this purpose, among which those for which the normality of distribution is the null hypothesis are very common. This paper provides an insight into the statistical techniques most commonly used in pedagogical research, which serve as a guide for the researcher in confirming or rejecting the null hypothesis about the normality of the distribution of the population characteristics based on a simple random sample. These are commonly known descriptive methods that allow the researcher to statistically confirm the normality of the characteristics of the entire population.*

*The first part of the paper describes the most commonly used visual methods: histogram, QQ graph, and scatter diagram, pointing out their advantages and disadvantages, but also the interrelation and a complementary role in drawing conclusions. Statistical tests are described as well: Chi-square, Shapiro-Wilk and Anderson-Darling tests, the application of which contributes to the discovery of the essence, which is not possible only by applying visual methods. The correctness of statistical inference is always conditioned by the adequate application of the selected methods and techniques. The aim of this paper is to present the application of statistical methods in determining the normality of the distribution of the features of empirical pedagogical research.*

**Keywords:** *statistics, analysis, normal distribution, visual methods, normality tests.*

Прилог 1

Линије кода софтвера R примењене у раду

```
x <- rnorm(100)
xfit<-seq(min(x, max(x)),length=40)
yfit<-dnorm(xfit,mean=0,sd=1)
zfit=dlogis(xfit, location =0, scale=1/2)
hist(x, xlim=c(-5,5), col=rgb(1,0,0,0.5) , xlab="" , ylab="" , main="", prob=TRUE )

lines(xfit, yfit, col="blue", lwd=2)
lines(xfit, zfit, col="green", lwd=2)
par(mfrow=c(1, 2) )
hist(x, xlim=c(-5,5), col=rgb(1,0,0,0.5), xlab="" , ylab="" , main="", prob=TRUE)
lines(density(x),add=TRUE)
plot(density(x),xlim=c(-5,5),xlab="" , ylab="" , main="")
plot(x,xlab="" , ylab="" , main="")
plot(xe,xlab="" , ylab="" , main="")
plot(xc)
xn=rnorm (50)
xe=exp (rnorm (50))
xc=rcauchy (50)
xu=runif (50)
par(mfrow=c(2, 2))
qqnorm (xn)
qqline(xn)
qqnorm (xe)
qqline(xe)
qqnorm (xc)
qqline(xc)
qqnorm (xu)
qqline(xu)
par (mfrow=c(1, 1))
y=c(17,18,4,19,13,15,11,18,15,10,19,15,20,11,9,15,16,21,20,18,7,8,12,15,8,21,11,18,12)

pearson.test(y)

shapiro.test(y)

ad.test(y)
```